PROGRAMMA DEFINITIVO DEL CORSO DI
ANALISI MATEMATICA I (9CFU)

Prof.ssa Micol AMAR

a.a. 2023/2024

Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica (I canale A-K)
Corso di Laurea in Ingegneria Energetica

Introduzione. Cenni sulla struttura dei numeri naturali, interi, razionali e reali. Insiemistica: operazioni sugli insiemi. Relazioni d'equivalenza e d'ordine. Insiemi limitati: estremo superiore ed inferiore, massimo e minimo. Cenno alla cardinalità. Il concetto di funzione: dominio, codominio, immagine, grafico, biiettività. Le funzioni di variabile reale: funzioni limitate, simmetriche, monotone, periodiche. Operazioni sui grafici. Funzioni elementari (segno, parte intera, impulso, valore assoluto, potenze reali, esponenziali, logaritmi, funzioni trigonometriche, funzioni iperboliche). Simbolo di sommatoria: somma della progressione geometrica, somme telescopiche. Fattoriale e coefficiente binomiale.

Numeri complessi. Introduzione dell'unità immaginaria. Forma algebrica, trigonometrica ed esponenziale dei numeri complessi. Le 4 operazioni elementari. Potenze, radici, polinomi, esponenziali; equazioni in campo complesso. Cenni al teorema fondamentale dell'algebra.

Successioni e serie numeriche. Il concetto di limite e le sue proprietà: unicità del limite, successioni limitate. Aritmetizzazione della retta ampliata: algebra dei limiti. Casi di indecisione. Infinitesimi ed infiniti. La definizione di asintotico (formula di Stirling). Teoremi di confronto (confronto, permanenza del segno I e II, carabinieri e conseguenze). Successioni monotone: teorema di regolarità. Alcuni limiti notevoli. Il concetto di serie e le sue proprietà. Condizione necessaria per la convergenza di una serie. Serie a termini non negativi e teorema di regolarità. Criteri di convergenza per le serie a termini non negativi: criterio del confronto e del confronto asintotico, del rapporto, della radice. Serie a termini di segno qualunque: assoluta convergenza e criterio di Leibniz. Studio della serie geometrica, della serie di Mengoli, delle serie telescopiche, della serie armonica generalizzata e della serie di Abel.

Limiti e continuità delle funzioni di una variabile. La nozione di limite e sue proprietà. Definizione di continuità: operazioni elementari e funzioni continue. Punti di discontinuità. Asintoti. Teorema degli zeri, Teorema di Weierstrass, Teorema dei valori intermedi. Funzioni monotone su intervalli. Funzioni composte e funzioni inverse. Funzioni trigonometriche inverse (arcocoseno, arcoseno, arcotangente).

Calcolo differenziale per funzioni di una variabile. Il concetto di derivata e sue proprietà: retta tangente e approssimazione lineare. Derivabilità implica continuità. Derivate elementari. Derivata della funzione composta e della funzione inversa. Punti di non derivabilità. Caratterizzazione delle funzioni costanti su intervalli. Estremi locali e Teorema di Fermat. Teorema di Lagrange e Criterio di monotonia. Derivate di ordine superiore: concavità e convessità. Studio del grafico di una funzione di variabile reale. Teorema di de L'Hopital. La definizione di "**o**" piccolo. Differenziabilità. Formula di Taylor (cenni alle serie di Taylor).

Teoria dell'integrazione I. Definizione dell'integrale di Riemann e sue proprietà. Significato geometrico. Teorema della media. Classi di funzioni integrabili e proprietà dell'integrale. Integrale indefinito: funzioni primitive e loro caratterizzazione.). La funzione integrale e il II^0 Teorema fondamentale del calcolo integrale (Teorema di Torricelli). Il I^0 Teorema fondamentale del calcolo integrale. Alcuni metodi di integrazione (integrali elementari, decomposizione in somma, per parti, per sostituzione, funzioni razionali, funzioni trigonometriche, alcune funzioni irrazionali. Integrali di funzioni discontinue. Integrali impropri: criteri di convergenza al finito e all'infinito.

Equazioni differenziali. Equazioni differenziali in forma normale e problema di Cauchy. Equazioni del primo ordine a variabili separabili: teorema di esistenza e unicità in piccolo; soluzioni singolari e metodo della separazione delle variabili. Equazioni lineari di ordine *n*: teorema di esistenza e unicità in grande, l'insieme delle soluzioni dell'equazione omogenea è spazio vettoriale di dimensione finita, teorema di struttura delle soluzioni dell'equazione completa. Equazioni lineari del I ordine: <u>formula risolutiva</u>, <u>metodo della variazione delle costanti</u>. Equazioni lineari del II ordine: metodo della variazione delle costanti. Caso dei coefficienti costanti: equazione caratteristica ed integrale generale dell'equazione omogenea associata, metodo di somiglianza, principio di sovrapposizione.

N.B. Le parti che verranno sottolineate sono richieste con dimostrazione.

Testi consigliati:
Bramanti-Pagani-Salsa: **Analisi Matematica 1**. Zanichelli ed.
Amar-Bersani: **Analisi Matematica I: esercizi e richiami di teoria**. AMAZON
(Codice ASIN: B0BCRXJM2M)