

**Corso di Laurea in Ingegneria Energetica**  
**Esercizi proposti di Analisi Matematica I - Ottava Settimana**  
**Sviluppi di Taylor e ordini di infinitesimi**

(1) Calcolare il polinomio di McLaurin di ordine 4 delle seguenti funzioni:

(a)  $f(x) = 2 \log(4 - x^2)$

(b)  $f(x) = \sin(\sin x)$

(2) Calcolare, purché esistano, i seguenti limiti:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} \left[ \frac{4}{x^2(x-2)} - \frac{1}{\sin(x-2)} \right]$

(b)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n + n^2) \left[ \frac{5}{n} - \frac{7}{n^2} + \sin\left(\frac{1}{n^3}\right) - \log\left(1 + \frac{5}{n}\right) \right]$

(c)  $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} \left( \frac{\log(2x)}{2x-1} \right)^{\frac{1}{\log(2x)}}$

(d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{1}{1-e^{1/x}} + \sqrt[4]{x^4 + 5x^3} \right)$ .

(3) Determinare gli eventuali asintoti della seguente funzione:

$$f(x) = (x^2 + 3x) \log\left(1 - \frac{2}{x}\right).$$

(4) Al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ , determinare l'ordine di infinitesimo della seguente funzione:

$$f(x) = \log(1 + 2x) \cos x - 2x(1 - x) + \alpha x^3$$

per  $x \rightarrow 0$ .

(5) Determinare il carattere delle seguenti serie:

(a)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \left[ 4e^{\frac{4}{n^2}} - 4\left(1 + \frac{4}{n}\right) - \frac{1}{n^5} \right]^{1/3}$

(b)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \left[ \alpha e^{\frac{1}{n}} - \log\left(1 - \frac{\beta}{n}\right) - 3 \right]$  al variare di  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .