

Tutoraggio di Analisi Matematica - Ingegneria Energetica
Foglio 3 - Funzioni continue, asintoti

Esercizio 1

Calcolare i seguenti limiti

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 + 2x + 4} - x}{\cos(\frac{7}{x}) \sin(\frac{\pi}{x})}$
2. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin 3x)^{\frac{\cos 2x}{x}}$

Esercizio 2

Date le seguenti funzioni determinarne il campo di esistenza e studiarne i limiti agli estremi dell'insieme di definizione

1. $f_1(x) = \frac{|\log x| \sin x}{x(2 + \sin(2\pi(x-1)))}$
2. $f_2(x) = \frac{\frac{e^{-1/x}}{x^3} + e^{-1/\sqrt{x}}}{e^{-1/x} \ln x}$
3. $f_3(x) = \frac{(e^{|x-1|} - 1) \sqrt[3]{x-1}}{\log|x|}$

Esercizio 3

Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} ex - 2x^2 + 1 & \text{se } x \leq -1 \\ \ln(2+x) - e^{x+1} & \text{se } x > -1 \end{cases}$$

dire se è continua nel suo dominio.

Esercizio 6

Determinare per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ sono continue nei loro domini le seguenti funzioni

1. $y = \begin{cases} \frac{\alpha \cos(2x) - 5}{8 + 3x^4} & \text{se } x < 0 \\ \ln(2e^x + x^2 - 1) - \alpha \sin(7x + \frac{\pi}{2}) & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$
2. $y = \begin{cases} \sqrt{1-9x} + 6\alpha(x+1) & \text{se } x \leq 0 \\ x^\alpha \sin \frac{1}{x} + 3x - 6 & \text{se } x > 0 \end{cases}$

2

$$3. \quad y = \begin{cases} x^\alpha \ln x & \text{se } x > 0 \\ \frac{e^{x^2} - \alpha}{\sin^2 x} & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Esercizio 7

Determinare tutte le coppie α e β , con $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, tali che

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(\alpha x)}{\arctan x^2} & \text{se } x < 0 \\ 1 & \text{se } x = 0 \\ \log(x + \beta^2) & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

sia continua nel suo dominio.