

Tutoraggio di Analisi Matematica - Ingegneria Energetica
Foglio 5

Esercizio 1

Data la funzione

$$f(x) = \arctan \sqrt[3]{x^2 - 2|x| + 1}$$

- a. determinare dominio, limiti agli estremi del dominio ed eventuali asintoti;
- b. studiarne gli intervalli di monotonia ed individuarne i punti di massimo e minimo, specificando se sono relativi o assoluti.
- c. studiare la derivata seconda e individuare eventuali punti di flesso;
- d. tracciarne un grafico qualitativo;

Esercizio 2

Data la funzione

$$f(x) = e^{-x}(|x^2 - 3| + 2x)$$

- a. determinare dominio, limiti agli estremi del dominio ed eventuali asintoti;
- b. studiarne gli intervalli di monotonia ed individuarne i punti di massimo e minimo, specificando se sono relativi o assoluti;
- c. tracciarne un grafico qualitativo;
- d. sfruttando i risultati relativi alla funzione f cosa si può dire sui punti di massimo e minimo della funzione $g(x) = |f(x)|$?

Esercizio 3

Studiare le seguenti funzioni

$$y = \frac{x+3}{x^2-4} \quad y = \sqrt{\frac{x^3}{x+3}} \quad y = x^2(\log x - 1)$$

$$y = \frac{\sin x + \cos x}{\sin 2x} \quad y = \frac{x^2}{|x|} e^{\frac{1-x}{2-x}} \quad y = \log |e^{2x} - 3e^x - 4|$$

$$y = \arctan \frac{|x^2 - 2x|}{x-1} \quad y = \frac{x}{x-1} e^{-x} \quad y = \left| \frac{e^x + 1}{e^x - 1} \right|$$

Esercizio 4

Calcolare i seguenti limiti utilizzando De l'Hopital se opportuno

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + \cos x - e^x}{\log(1+x) - x}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(e^{\frac{x}{x^2+1}} - x \sin \frac{1}{x} \right), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{\log^3 x - \log^2 x}}{x^2 + 3}$$

Esercizio 5

Utilizzando gli sviluppi di Taylor calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - xe^x + x^2 \cos x}{x^3} \qquad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos x - \frac{3}{2}x^2}{x^4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{\sin x}}{x^3} \qquad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos \frac{1}{\sqrt{x}} - \sqrt[3]{\frac{x+1}{x}}}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(e^x \cos x) - \sin(\sin x)}{(e^x - 4^x)^2} \qquad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^2 x + \log(1 - \sin^2 x)}{\cos x^2 - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{[\sin^2 x - \log(\cos x)] \log(1 + \sin x)}{x \sin x \sin 2x} \qquad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos \sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{\cos x}}{x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} e^{[(\log \frac{x - \arctan x}{x^2}) \frac{1}{\log x}]} \qquad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{\sqrt{1 + \sin x} - \sqrt{\sin x + \cos x}}$$

Esercizio 6

Al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$, calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{\frac{x}{2}} - \cosh \sqrt{x}}{(x + \sqrt[5]{x})^\alpha}$$

Esercizio 7

Determinare, utilizzando gli sviluppi di Taylor, la parte principale dei seguenti infinitesimi

$$f(x) = e^{-x \cos x} + \sin x - \cos x, \quad x \rightarrow 0$$

$$f(x) = \frac{1}{x-2} - \frac{1}{2(x-2) - \log(x-1)} - \frac{1}{2}, \quad x \rightarrow 2$$

$$f(x) = \frac{1 + \frac{1}{2}x^2}{\cos x} - \sqrt{1 + 2x^2}, \quad x \rightarrow 0$$

$$f(x) = \sin \left(\arctan x + \frac{\pi}{2} + \frac{1}{x} \right) + \frac{1}{x^3}, \quad x \rightarrow -\infty$$

Esercizio 8

Determinare l'ordine di infinitesimo e la parte principale delle seguenti funzioni al variare dei parametri

$$f(x) = \frac{(\cosh 2x - \cos x)x^4}{\log(1 + 3x) - 3 \sin x - \alpha x^2}, \quad x \rightarrow 0, \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

$$f(x) = e^{\alpha x} - 1 + 2x - 2x^2 - \sin(\beta x), \quad x \rightarrow 0, \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$