

Corso di **Analisi Matematica II** – a.a. 2011-2012

Ingegneria Energetica

Docente: Roberto Conti

**SERIE DI FUNZIONI** Serie di funzioni. Convergenza assoluta e totale. Teorema di continuità di una serie di funzioni. Teorema di integrazione termine a termine. Teorema di derivazione termine a termine. Serie di potenze. Raggio di convergenza. Criteri della radice e del rapporto. Serie di potenze e serie di Taylor. Serie di Taylor di  $\log(1+x)$  e  $\arctan x$ . Unicità dello sviluppo in serie di potenze.

**CALCOLO DIFFERENZIALE PER FUNZIONI DI PIÙ VARIABILI** Lo spazio vettoriale  $\mathbb{R}^n$ . Prodotto scalare, norma e distanza euclidea. Cenni di topologia in  $\mathbb{R}^2$ : intorno sferico, punti interni ed esterni, punti di frontiera, di accumulazione e isolati. Insiemi aperti e chiusi. Insiemi connessi. Frontiera e chiusura di un insieme. Insiemi limitati. Teorema di Bolzano-Weierstrass. Domini di funzioni reali di più variabili. Grafici e curve di livello. Limiti e continuità. Teorema di Weierstrass e della permanenza del segno. Calcolo di limiti per funzioni su  $\mathbb{R}^2$  usando coordinate polari. Calcolo differenziale per funzioni di più variabili reali. Derivate direzionali e parziali. Gradiente. Differenziabilità. Legame tra differenziabilità, continuità ed esistenza delle derivate parziali. Piano tangente. Teorema del differenziale totale. Derivate di ordine superiore e funzioni  $k$  volte differenziabili. Teorema di Schwarz. Estremi liberi: punti di massimo e minimo locale e assoluto. Punti critici. Teorema di Fermat. Punti di sella. Matrice hessiana. Classificazione dei punti critici. Estremi vincolati e moltiplicatori di Lagrange. Funzioni di più variabili reali a valori vettoriali e loro limiti, continuità e differenziabilità. Matrice jacobiana. Trasformazioni regolari di coordinate. Superfici regolari parametrizzate. Linee coordinate. Versore normale ed elemento di

superficie. Superfici di rotazione.

**CURVE E INTEGRALI CURVILINEI** Curve nel piano e nello spazio in forma parametrica. Sostegno di una curva. Curve chiuse e semplici. Derivata di una funzione a valori vettoriali. Curve di classe  $C^1$  a tratti. Regolarità. Versore tangente. Lunghezza di una curva. Integrali di linea di prima specie. Invarianza per riparametrizzazione. Ascissa curvilinea. Campi vettoriale e forme differenziali. Forme chiuse ed esatte. Campi conservativi. Funzione potenziale. Rotore e divergenza. Identità differenziali per div, rot, grad. Campi irrotazionali in  $\mathbb{R}^3$ . Campi solenoidali e potenziale vettore. Insiemi semplicemente connessi. Integrali di linea di seconda specie. Lavoro in un campo conservativo.

**INTEGRALI MULTIPLI** Integrale doppio. Funzioni integrabili. Domini semplici e regolari. Proprietà dell'integrale doppio. Calcolo di baricentro e momento di inerzia per lamine sottili. Cambiamento di variabili. Coordinate polari. Teorema di Gauss-Green nel piano. Calcolo di aree mediante integrali curvilinei. Integrali doppi generalizzati. Calcolo di  $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx$ . Integrali tripli. Integrazione per fili e per strati. Coordinate sferiche e cilindriche. Calcolo di volumi, massa, baricentro e momento di inerzia per solidi tridimensionali. Volume di un solido di rotazione (rispetto a uno qualunque degli assi). Teorema di derivazione sotto il segno di integrale. Integrali di superficie. Area di superfici di rotazione (rispetto a uno degli assi). Baricentro e momento d'inerzia di superfici curve. Superfici orientabili. Flusso di un campo vettoriale attraverso una superficie. Teorema della divergenza. Teorema del rotore. Applicazioni.

**EQUAZIONI DIFFERENZIALI ORDINARIE** Definizione generale di equazione differenziale di ordine  $n$ , soluzioni e integrale generale. Equazioni differenziali lineari, omogenee, autonome e in forma normale. Equazioni differenziali del primo ordine. Forma normale e problema di Cauchy ai valori iniziali. Equazioni differenziali del pri-

mo ordine a variabili separabili. Equazioni differenziali lineari del primo ordine. Il caso omogeneo: integrale generale e soluzione del problema di Cauchy. Equazioni differenziali lineari del primo ordine non omogenee: equazione omogenea associata, struttura generale dell'integrale generale del problema non omogeneo e soluzione del problema di Cauchy. Ricerca di una soluzione particolare con il metodo di variazione delle costanti. Equazioni generali del primo ordine in forma normale. Funzioni di due variabili localmente Lipschitziane rispetto alla seconda variabile. Le funzioni di due variabili con derivata parziale  $f_y$  continua sono localmente Lipschitziane. Teorema di esistenza e unicità locale per la soluzione del problema di Cauchy per un'equazione del primo ordine in forma normale. Intervallo massimale della soluzione. Soluzioni locali e globali. Teorema di esistenza globale delle soluzioni di equazioni del primo ordine in forma normale. Cenni sui metodi di approssimazione delle soluzioni: spezzate di Eulero. Sistemi di equazioni differenziali del primo ordine. Teorema di esistenza locale e globale delle soluzioni per sistemi del primo ordine in forma normale. Sistemi di equazioni differenziali lineari del primo ordine: struttura dell'integrale generale nel caso omogeneo e non omogeneo. Sistemi di equazioni differenziali lineari del primo ordine a coefficienti costanti. Struttura delle soluzioni. Stabilità delle soluzioni stazionarie di equazioni differenziali autonome del primo ordine: soluzioni stabili, asintoticamente stabili e instabili. Cenni sulla stabilità di sistemi di equazioni del primo ordine. Linearizzazione. Equazioni differenziali del secondo ordine. Operatori differenziali lineari. Equivalenza tra un'equazione lineare del secondo ordine e un sistema di due equazioni lineari del primo ordine. Teorema di esistenza e unicità della soluzione del problema di Cauchy per un'equazione lineare del secondo ordine. Equazioni lineari del secondo ordine omogenee. Indipendenza lineare delle soluzioni. Struttura dell'integrale generale di equazioni lineari omogenee e non omogenee. Caso omogeneo a coefficienti costanti. Equazione caratteristica. Ricerca di una soluzione particolare di un'equazione lineare del secondo ordine

non omogenea: metodi di somiglianza e di variazione delle costanti. Cenni sulle oscillazioni libere, smorzate e forzate. Cenni ad altre equazioni e vari metodi risolutivi. Riduzione dell'ordine ed equazioni di Legendre. Cambiamento di variabili ed equazioni di Eulero. Equazioni autonome del secondo ordine. Metodo di Frobenius ed equazioni di Bessel.

**SERIE DI FOURIER** Funzioni periodiche. Polinomi trigonometrici. Coefficienti e serie di Fourier di funzioni di periodo  $2\pi$ . Teorema della convergenza puntuale di serie di Fourier. Teorema sulla convergenza in media quadratica. Diseguaglianza di Bessel e identità di Parseval. Serie di Fourier di funzioni di periodo generico  $T > 0$ . Serie di Fourier di funzioni pari e dispari. Rappresentazione complessa delle serie di Fourier. Applicazioni alla determinazione di somme di serie convergenti notevoli. Cenni sull'equazione delle onde in una dimensione (corda vibrante).

Testi consigliati

Analisi Matematica

M.Bertsch, R. Dal Passo, L. Giacomelli, McGraw-Hill, 2007.

Analisi Matematica 2

M. Bramanti, C.D. Pagani, S. Salsa, Zanichelli, Bologna, 2004.

Analisi Matematica, vol. 2

E. Giusti, Bollati-Boringhieri 2003.

Esercitazioni di Matematica, vol.2

P. Marcellini, C. Sbordone, Liguori.

Esercizi e problemi di Analisi Matematica

B.P. Demidovich , Editori Riuniti, 1993