ANALISI MATEMATICA I (Edile - Architettura)
III APPELLO A.A.2001/2002

COGNOME E NOME .....N.Ro MATR. .....
LUOGO E DATA DI NASCITA .....

PROVA SCRITTA **Tempo 3 ore**

MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE

1) Ricordando il Teorema di Torricelli, determinare l'insieme di definizione $E \subset \mathbb{R}$, ed il comportamento "locale" (intervalli di monotonia, di concavità e convessità) della funzione

$$F(x) = 2\,|x| + \int_{-1}^{x} \frac{t^2}{|t+6|}\,dt$$

Poi, studiarne il comportamento asintotico e gli eventuali punti singolari.

Infine, tracciare il grafico di $F(x)$.

2) Data la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{[2\cos(x)]^n}{\log(n+1)}$$

determinare, in corrispondenza a quali valori di x in $E \subset \mathbb{R}$, essa converge assolutamente, converge semplicemente ma non assolutamente, non converge.

3) Data la funzione

$$f : E \subset \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$$
$$(x,y) \longrightarrow f(x,y) = \left[\frac{y^4\,(x^2-y^2-9)}{\log(xy)}\right]^{\alpha}, \quad \alpha \in \mathbb{R}^+$$

a. determinare l'insieme di definizione $E \subset \mathbb{R}^2$ specificandone la natura e fornendone la rappresentazione grafica nel piano cartesiano; b. calcolare $f_x(x,y)$; c. studiare la successione $\{f(P_n)\}$, dove $P_n \equiv (\frac{1}{n},\ e\ n)$, $n \geq 2$; d. determinare $\inf f(E)$, $\sup f(E)$ e, quindi, $f(E)$.

4) **facoltativo** Utilizzando il logaritmo nel campo complesso, determinare e, poi, appresentare nel piano complesso $z \in \mathbb{C}$ le soluzioni della seguente equazione complessa:

$$e^z = -\sqrt[4]{-1}.$$

Riservato alla Commissione di Esame

SCRITTO

ORALE