

ANALISI MATEMATICA II (Ingegneria Clinica)
III APPELLO (recupero 19.04.2007) A.A.2006/07

COGNOME E NOME N.Ro MATR.
LUOGO E DATA DI NASCITA

MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE

Tempo 3 ore

1) Detto D il **dominio regolare** di \mathbb{R}^2 definito da

$$\{D = (x, y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + y^2 \leq 4, y \geq |x|\}, \text{ calcolare } I = \iint_D x^2 dx dy ,$$

Indicata, poi, con $+\partial D$ la frontiera del dominio D percorsa in verso antiorario (positivo), verificare il risultato ottenuto mediante l'applicazione delle formule di Green. Calcolare, cioè I mediante un opportuno integrale esteso alla frontiera (∂D) del dominio D .

2) Data in \mathbb{R} la funzione 2π -periodica individuata in $[-\pi, \pi]$ da:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \in [-\pi, 0), \\ x & x \in [0, \pi), \end{cases}$$

si determini la serie di Fourier ad essa associata, precisando $\forall x \in [-\pi, \pi]$ il valore della somma di tale serie. In tale intervallo la convergenza è uniforme? E in \mathbb{R} ? Perché? Fornire adeguate motivazioni.

3) Data la serie di potenze $\sum_{k=0}^{\infty} (k+1)(z+1)^k$,

- a. determinarne il campo $A \subset \mathbb{C}$ di convergenza;
 - b. indicare un eventuale insieme $B \subset A$ di **convergenza totale**;
 - c. verificare che, $\forall z \in A$ la somma della serie coincide con: $f(z) = z^{-2}$, che è definita ed olomorfa in un insieme $E \subset \mathbb{C}$, che è più ampio dell'insieme A , cioè $A \subset E$;
 - d. sviluppare la funzione $g(z) = (z-3)^{-1}f(z)$ in serie di Laurent di punto iniziale $z_0 = 0$, nell'intorno del punto z_0 stesso, determinandone la regione di convergenza "a priori" e, poi, verificandola.
-

Dichiaro di avere superato con esito positivo l'esame di ANALISI MATEMATICA I
(verbalizzato in data) FIRMA

Riservato alla Commissione di Esame

SCRITTO _____

ORALE _____

