ANALISI MATEMATICA II (Ingegneria Clinica)
II APPELLO A.A.2007/08

COGNOME E NOME .... N.Ro MATR. ....
LUOGO E DATA DI NASCITA ....

PROVA SCRITTA Tempo 3 ore COMPITO B
MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE

1) Detto $D \subset \mathbb{R}^2$ il **dominio regolare** $\left\{D = (x, y) \in \mathbb{R}^2 | 4(x+1)^2 + (y+1)^2 \leq 4\right\}$, calcolare

$$I = \int_{+\partial D} x(1+y)dx + 4(x+1)^2 dy \quad ,$$

dove $+\partial D$ indica la frontiera del dominio D percorsa in verso positivo. La forma differenziale è esatta ? Perchè ? Verificare il risultato ottenuto mediante l'applicazione delle formule di Green. Calcolare, cioè I mediante un opportuno integrale esteso al dominio D.

2) Data in $\mathbb{R}$ la funzione $\pi-$periodica, pari, individuata in $[0, \pi/2]$ da:

$$f(x) = -2x^2 \qquad , \qquad x \in [0, \pi/2],$$

si determini la serie di Fourier ad essa associata, precisando $\forall x \in [-\pi/2, \pi/2]$ il valore della somma di tale serie. In tale intervallo la convergenza è uniforme ? E in $\mathbb{R}$? Perchè ? Fornire adeguate motivazioni.

3) Data la funzione di variabile complessa $f : E \subset \mathbb{C} \to \mathbb{C} : z \mapsto f(z) = e^{-iz} + \frac{1}{z^2-1}$ Determinarne:

a) l'insieme $E \subset \mathbb{C}$ di definizione ed il campo $A \subset \mathbb{C}$ di olomorfia;
b) lo sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale $z_0 = 0$ con la relativa regione di convergenza;
d) lo sviluppo in serie di Laurent di punto iniziale $z_0 = 1$ con la relativa regione di convergenza;

Calcolare, infine,

$$I = \int_{|z|=4} f(z)dz$$

Riservato alla Commissione di Esame

SCRITTO ____

ORALE ____