

ANALISI MATEMATICA II (Ingegneria Clinica)
III APPELLO A.A.2008/09

COGNOME E NOME N.Ro MATR.
LUOGO E DATA DI NASCITA

PROVA SCRITTA Tempo 3 ore
MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE

- 1) Detto $D \subset \mathbb{R}^2$ il **dominio regolare** $\{D = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 9 \leq x^2 + y^2 \leq 16, -x \leq y \leq x\}$,
calcolare

$$I = \int_{+\partial D} 2x dx + 2(x^3 + y) dy ,$$

dove $+\partial D$ indica la frontiera del dominio D percorsa in verso positivo. La forma differenziale è esatta ? Perché ? Verificare il risultato ottenuto mediante l'applicazione delle formule di Green. Calcolare, cioè I mediante un opportuno integrale esteso al dominio D .

- 2) Data in \mathbb{R} la funzione 2π -periodica, pari, individuata in $[-\pi, 0]$ da:

$$f(x) = \begin{cases} -\pi - x & x \in [-\pi, -\frac{3}{4}\pi), \\ \frac{\pi}{2} + x & x \in [-\frac{3}{4}\pi, -\frac{\pi}{2}], \\ 0 & x \in [-\frac{\pi}{2}, 0], \end{cases}$$

si determini la serie di Fourier ad essa associata, precisando $\forall x \in [-\pi, \pi]$ il valore della somma di tale serie. In tale intervallo la convergenza è uniforme ? E in \mathbb{R} ? Perché ? Fornire adeguate motivazioni.

- 3) Data la funzione di variabile complessa $f : E \subset \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C} : z \mapsto f(z) = e^{2iz} + \frac{1}{z^2-4}$ Determinarne:
- a) l'insieme $E \subset \mathbb{C}$ di definizione ed il campo $A \subset \mathbb{C}$ di olomorfia;
 - b) lo sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale $z_0 = 0$ con la relativa regione di convergenza;
 - d) lo sviluppo in serie di Laurent di punto iniziale $z_0 = -2$ con la relativa regione di convergenza;

Calcolare, infine,

$$I = \int_{|z|=6} f(z) dz$$

Riservato alla Commissione di Esame

SCRITTO _____

ORALE _____
