ANALISI MATEMATICA II (Ingegneria Clinica)
IV APPELLO A.A.2008/09

COGNOME E NOME ..... N.Ro MATR. .....
LUOGO E DATA DI NASCITA .....

PROVA SCRITTA Tempo 3 ore
MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE

1) Detto D il **dominio regolare** di $\mathbb{R}^2$ definito da

$$\left\{D = (x,y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + y^2 \leq 4, y \leq x\right\}$$

calcolare

$$I = \iint_D 2x^2 \; dxdy \quad .$$

Verificare il risultato ottenuto mediante l'applicazione delle formule di Green, calcolare, cioè I mediante un opportuno integrale esteso ad una opportuna curva generalmente regolare (quale?).

2) Data in $\mathbb{R}$ la funzione $2\pi-$periodica individuata in $[-2\pi, 0]$ da:

$$f(x) = -x^2 \qquad , \qquad x \in (-2\pi, 0],$$

si determini la serie di Fourier ad essa associata, precisando $\forall x \in (-2\pi, 0]$ il valore della somma di tale serie. In tale intervallo la convergenza è uniforme ? E in $\mathbb{R}$? Perchè ? Fornire adeguate motivazioni.

3) Data la funzione di variabile complessa $f : E \subset \mathbb{C} \to \mathbb{C} \; : \; z \mapsto f(z) = \dfrac{iz}{z^2+4}$ Determinarne:

a) l'insieme $E \subset \mathbb{C}$ di definizione ed il campo $A \subset \mathbb{C}$ di olomorfia;

b) lo sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale $z_0 = 0$ con la relativa regione di convergenza;

d) lo sviluppo in serie di Laurent di punto iniziale $z_0 = -2i$ con la relativa regione di convergenza;

Calcolare, infine,

$$I = \int_{|z-i|=6} f(z)dz$$

Riservato alla Commissione di Esame

SCRITTO _____

ORALE _____