ANALISI MATEMATICA II (Ingegneria Clinica)

I APPELLO A.A.2008/09 Tempo 3 ore COMPITO A

COGNOME E NOME .... N.Ro MATR. ....

LUOGO E DATA DI NASCITA ....

MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE

1) Dati la forma differenziale $X(x,y)dx + Y(x,y)dy = \dfrac{4x}{(x^2+y^2)^{3/2}}dx + \dfrac{4y}{(x^2+y^2)^{3/2}}dy$, definita in $E \subset \mathbb{R}^2$ (da determinare), ed il **dominio regolare** $D \subset \mathbb{R}^2 \left\{ D = (x,y) \in \mathbb{R}^2 |\ 1 \le x^2+y^2 \le 4, y \le 0 \right\}$, rispondere, nell'ordine indicato, alle seguenti domande:

   a) parametrizzare $+\partial D$ indica la frontiera del dominio D percorsa in verso antiorario (positivo);

   b) calcolare $I = \displaystyle\int_{+\partial D} X(x,y)dx + Y(x,y)dy$;

   c) verificare il risultato ottenuto mediante l'applicazione delle formule di Green. Calcolare, cioè I mediante un opportuno integrale esteso al dominio D;

   d) la forma differenziale assegnata è esatta in E? Perchè ?

   e) in caso affermativo, determinare la primitiva della forma differenziale assegnata.

2) Disegnare il grafico per $x \in [-5/2\pi, 7/2\pi]$, della funzione $2\pi-$periodica:

$$f(x) = \begin{cases} \pi & x \in [-\pi/2, \pi/2], \\ 2\ |x-\pi| & x \in (\pi/2, 3\pi/2), \end{cases} .$$

   Poi, rappresentare la funzione $f(x)$ in serie di Fourier, precisando $\forall x \in [-\pi/2, (3/2)\pi]$ il valore della somma di tale serie. In tale intervallo la convergenza è uniforme ? E in $\mathbb{R}$? Perchè ? Fornire adeguate motivazioni.

3) Data la serie di potenze $$\sum_{k=0}^{\infty} (k+2)(z-3)^k, \quad z \in \mathbb{C} \quad ,$$

   rispondere, nell'ordine indicato, alle seguenti domande:

   a) determinare il campo $A \subset \mathbb{C}$ di convergenza della serie. In A, la somma della serie definisce una funzione di variabile complessa $f(z)$: quale?

   b) tale funzione $f(z)$ è olomorfa nel campo $B \subset \mathbb{C}$, con $A \subset B$, determinato B, determinare "a priori" la regione di convergenza dello sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale $\tilde{z}_0 = 0, \tilde{z}_0 \in B$, nell'intorno di $\tilde{z}_0 = 0$;

   c) scrivere lo sviluppo in serie di Laurent di punto iniziale $z_0 \notin B$, $z_0 \in \mathcal{D}B$, nell'intorno di tale punto, determinando la relativa regione di convergenza "a priori" e, poi, verificandola.

Riservato alla Commissione di Esame

SCRITTO ____

ORALE ____