ANALISI MATEMATICA II (Ingegneria Clinica)
III APPELLO A.A.2009/10

COGNOME E NOME ..... N.Ro MATR. .....
LUOGO E DATA DI NASCITA .....

MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE

Tempo 3 ore

1) Detto D il **dominio regolare** di $\mathbb{R}^2$ definito da

$$\left\{D = (x,y) \in \mathbb{R}^2 | 1 \leq x^2 + y^2 \leq 9, y \leq -|x|\right\} \ , \quad \textit{calcolare} \ \ I = \iint_D x^2 dxdy \ ,$$

Indicata, poi, con $+\partial D$ la frontiera del dominio D percorsa in verso antiorario (positivo), verificare il risultato ottenuto mediante l'applicazione delle formule di Green. Calcolare, cioè I mediante un opportuno integrale esteso alla frontiera (∂D) del dominio D .

2) Data in $\mathbb{R}$ la funzione dispari, di *periodo* $T = 2\pi$ individuata in $[-\pi, 0)$ da:

$$f(x) = x^2$$

si determini la serie di Fourier ad essa associata, precisando $\forall x \in [-\pi, \pi)$ il valore della somma di tale serie. In tale intervallo la convergenza è uniforme ? E in $\mathbb{R}$? Perchè ? Fornire adeguate motivazioni.

3) Data la serie di potenze $\sum_{k=1}^{\infty} k\,(z - 3\,i)^{k+1}$,

a. determinarne il campo $A \subset \mathbb{C}$ di convergenza;

b. indicare un eventuale insieme $B \subset A$ di **convergenza totale;**

c. calcolare, $\forall z \in A$ la somma della serie $f(z)$ che è definita ed olomorfa in un insieme $E \subset \mathbb{C}$, che è piu' ampio dell'insieme A, cioè $A \subset E$;

d. sviluppare la funzione $f(z)$ in serie di Laurent di punto iniziale $\tilde{z}_0 \in \mathbb{C}$ dove $\tilde{z}_0$ è un punto di singolaritá isolato per $f(z)$. Determinare "a priori" la regione di convergenza dello sviluppo in serie di Laurent e, poi, verificarla "a posteriori" (cioè dopo avere scritto lo sviluppo sviluppo in serie di Laurent).

Dichiaro di avere superato con esito positivo l'esame di ANALISI MATEMATICA I
(verbalizzato in data .....) FIRMA .....

Riservato alla Commissione di Esame

SCRITTO

ORALE