ANALISI MATEMATICA II (Ing. Gestionale)
II APPELLO 11.02.2015 A.A.2014/15

COGNOME E NOME .... N.Ro MATR. ....
LUOGO E DATA DI NASCITA ....

MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE Tempo 2 ore **COMPITO B**

Dichiaro di avere superato l'esame di Analisi Matematica I $\boxed{\text{SI}}$ $\boxed{\text{NO}}$ FIRMA ....

---

1) Data l'equazione differenziale:

$$-(x+1)^2y'' + (x+1)y' - \beta y = \frac{2}{x+1} \quad , \quad \beta \in \mathbb{R}, \; x \in I \subseteq \mathbb{R} \tag{1}$$

determinare

a) l'intervallo $I \subseteq \mathbb{R}$;

b) l'integrale generale di (**??**)

c) infine, in corrispondenza a ciascun valore di β, eventuali integrali $\widetilde{y}$ tali che siano infiniti di ordine superiore a x^3 per $x \to +\infty$.

2) Data la funzione $f : E \subseteq \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, definita da $f(x, y) := x^2 + y^2 - 5\log\left(x^2 + y^2 + 1\right)$,

a) determinarne l'insieme di definizione $E \subseteq \mathbb{R}^2$;

b) determinare i punti di stazionarietà nell'insieme $E \subseteq \mathbb{R}^2$;

c) classificare i punti di stazionarietà ottenuti e determinare $f(E) \subseteq \mathbb{R}$.

d) Dato il compatto $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + y^2 \leq 16, y \leq x\}$, determinare $f(D) \subset \mathbb{R}$.

e) Riconoscere (citando il teorema relativo) che $f(D) = [m, M]$ dove, rispettivamente, m ed M indicano il minimo ed il massimo valore assunto da f in D.

3) Data la funzione di variabile reale

$$f(x) = \frac{1}{(2+x)^2} \tag{2}$$

determinare:

a) l'insieme di definizione $E \subseteq \mathbb{R}$;

b) lo sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale $x_0 = 0$, precisandone "a priori" la regione di convergenza B;

c) indicarne, poi, un sottoinsieme $A \subset B$ nel quale la serie trovata converge totalmente. Dimostrare la convergenza totale in A.

d) lo sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale $\tilde{x}_0 = 5$, precisandone "a priori" la regione di convergenza, della funzione f.

e) (facoltativo) scrivere lo sviluppo al punto b) nel caso del prolungamento di f nel campo complesso $\mathbb{C}$, i.e. sostituendo, in (**??**), $z \in E \subseteq \mathbb{C}$ a $x \in E \subseteq \mathbb{R}$.