

**ANALISI MATEMATICA II (Ing. Gestionale)**  
**V APPELLO 18.09.2015 A.A.2014/15**

COGNOME E NOME ..... N.Ro MATR. ....  
LUOGO E DATA DI NASCITA .....

**MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE** Tempo 2 ore

**COMPITO A**

Dichiaro di avere superato l'esame di Analisi Matematica I  SI  NO FIRMA .....

- 1) Data la funzione  $f : E \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x, y) = \log(\cos x \cos y)$ , determinare
- a) insieme di definizione  $E \subset \mathbb{R}^2$ ,  $\inf(f(E)) \in \mathbb{R}$ ,  $\sup(f(E)) \in \mathbb{R}$ , e, quindi,  $f(E) \subset \mathbb{R}$  (i.e.  $f(E) = ?$  Perché?);
  - b) i punti di stazionarietà nell'insieme  $E \subset \mathbb{R}^2$ ;
  - c) classificare i punti di stazionarietà ottenuti;
  - d) dato il triangolo  $T$  (compatto) di vertici  $A = \left(\frac{\pi}{6}, -\frac{\pi}{6}\right)$ ,  $B = \left(\frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}\right)$ , e  $C = \left(\frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{6}\right)$ , determinare  $f(T) \subset \mathbb{R}$ .
  - e) Riconoscere che  $f(D) = [m, M]$  dove, rispettivamente,  $m$  ed  $M$  indicano il minimo ed il massimo valore assunto da  $f$  in  $D$ .
- 2) Data l'equazione differenziale:

$$y'' + 2\gamma y' + 9y = \cos(3x), \quad x \in I \subset \mathbb{R}, \quad \gamma \in \mathbb{R} \quad (1)$$

determinare:

- a) l'intervallo  $I \subset \mathbb{R}$ ;
- b) l'integrale generale di (1) in corrispondenza a  $\gamma \in \mathbb{R}$ ;
- c) fissato  $\gamma = 0$ , determinare la soluzione (Esiste? È UNICA? Perché?) del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y(0) = 1 \\ y'(0) = 0. \end{cases} \quad (2)$$

- 3) Data la funzione di variabile reale

$$f(x) = \frac{x}{(1+x)^2} \quad (3)$$

determinare:

- a) l'insieme di definizione  $E \subset \mathbb{R}$ ;
- b) lo sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale  $x_0 = 0$ , precisandone "a priori" la regione di convergenza  $B$ ;
- c) indicarne, poi, un sottoinsieme  $A \subset B$  nel quale la serie trovata converge totalmente. Dimostrare la convergenza totale in  $A$ .
- d) lo sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale  $\tilde{x}_0 = 1$ , precisandone "a priori" la regione di convergenza.
- e) scrivere lo sviluppo al punto b) nel caso in cui si considera il prolungamento di  $f$  nel campo complesso  $\mathbb{C}$ , i.e., in (3), si sostituisce  $z \in E \subset \mathbb{C}$  a  $x \in E \subset \mathbb{R}$ .