

ANALISI MATEMATICA II (Ing. Gestionale)
APPELLO STRAORDINARIO 13.11.2015 A.A.2014/15

COGNOME E NOME N.Ro MATR.
LUOGO E DATA DI NASCITA

MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE Tempo 2 ore

COMPITO A

Dichiaro di avere superato l'esame di Analisi Matematica I SI NO FIRMA

1) Data la funzione $f : E \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = (x^2 + y^2 - \pi^2) \sin x$, determinare

- a) insieme di definizione $E \subset \mathbb{R}^2$,
- b) i punti di stazionarietà nell'insieme $E \subset \mathbb{R}^2$.
- c) Classificare i punti di stazionarietà ottenuti e determinare $f(E) \subset \mathbb{R}$
- d) Dato il compatto D di $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + y^2 \leq 2\pi^2, x \geq 0\}$, determinare $f(D) \subset \mathbb{R}$.
- e) Riconoscere che $f(D) = [m, M]$ dove, rispettivamente, m ed M indicano il minimo ed il massimo valore assunto da f in D .

2) Data l'equazione differenziale:

$$y'' + 2\beta y' + 9y = \sin(3x), \quad x \in I \subset \mathbb{R}, \quad \beta \in \mathbb{R} \quad (1)$$

determinare:

- a) l'intervallo $I \subset \mathbb{R}$;
- b) l'integrale generale di (1) in corrispondenza a $\beta \in \mathbb{R}$
- c) fissato $\beta = 0$, determinare la soluzione (Esiste? È UNICA? Perché?) del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

3) Date le funzioni di variabile reale

$$f(x) = \frac{1}{1-2x} \quad e \quad g(x) = \frac{2x}{(1-2x)^2} \quad (3)$$

determinare:

- a) l'insieme di definizione $E \subset \mathbb{R}$ (N.B.: è lo stesso per entrambe le funzioni);
- b) lo sviluppo in serie di Taylor della funzione $f(x)$ di punto iniziale $x_0 = 0$, precisandone "a priori" la regione di convergenza B ;
- c) lo sviluppo in serie di Taylor della funzione $g(x)$ di punto iniziale $x_0 = 0$, precisandone "a priori" la regione di convergenza B (È possibile ricavarlo dallo sviluppo in serie di Taylor della funzione $f(x)$ di punto iniziale $x_0 = 0$: come? Perché?);
- d) indicarne, poi, un sottoinsieme $A \subset B$ nel quale la serie trovata al punto b) converge totalmente. Dimostrare la convergenza totale in A .
- e) lo sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale $\tilde{x}_0 = 3$, precisandone "a priori" la regione di convergenza.