METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA BIOMEDICA
(Ingegneria Biomedica)
I APPELLO (19.01.2009) A.A.2008/09

COGNOME E NOME .... N.Ro MATR. ....
LUOGO E DATA DI NASCITA ....

MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE

Tempo 2 ore **COMPITO A**

1) Specificato l'intervallo $I \subset \mathbb{R}$ che si è scelto, determinare, con il metodo di Fröbenius, la soluzione generale $y : I \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dell'equazione differenziale

$$2x^2y'' - (6-x)xy' + 3(2-x)y = 0 \quad , \quad x \in I \ .$$

2) Dato un conduttore unidimensionale, rigido ed omogeneo, di lunghezza L, si indichi con u la temperatura, all'istante t,e nel generico punto x di tale coduttore. Determinare, mediante il metodo di separazione delle variabili, il variare della distribuzione di temperatura nel caso in cui un estremo, $x = 0$, del conduttore sia a temperatura nulla e l'altro estremo, $x = L$, sia isolato termicamente (condizione di flusso di calore nullo in $x = L$).

Inoltre, sia assegnata la distribuzione di temperatura all'istante iniziale. Trovare, cioè,

$$\begin{aligned} u: \quad & E \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} \\ & (x,t) \longmapsto u(x,t) \quad , \end{aligned} \tag{0.1}$$

dove $E = [0, L] \times (0, \infty) \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+$, soluzione del seguente problema differenziale:

$$u_t = k\, u_{xx} \tag{0.2}$$
$$u(0,t) = 0 \qquad t > 0 \tag{0.3}$$
$$u_x(L,t) = 0 \qquad t > 0 \tag{0.4}$$
$$u(x,t)|_{t=0} = f(x) \qquad 0 \le x \le L \tag{0.5}$$

dove k indica la conducibilità termica (costante) e, supponendo k =2, (0.3) e (0.4) rappresentano le condizioni al contorno, mentre (0.5) la condizione iniziale. Specificare, poi, il risultato nel caso in cui $L = \pi$ e $f(x) = 3\sin(4x)$.

Dichiaro di essere iscritto al I anno del corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Biomedica
FIRMA ....

Riservato alla Commissione di Esame

SCRITTO ______________________________

ORALE ______________________________