1. Sapendo che

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Dire quali sono gli autovalori di $\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ e dare una base per i relativi autospazi.

2. Sia V lo spazio vettoriale di tutte le matrici simmetriche di ordine 2.

1. Dare due esempi di elementi di V.
2. Definiamo una applicazione $L : V \to \mathbb{P}_2$ mediante la formula

$$L \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} = (a+b) + (b+c)x + (a-c)x^2$$

   Verificare che L è lineare.

3. Determinare una base per il nucleo e una per l'immagine di L.

3. Sia $\mathcal{V}_3$ lo spazio vettoriale dei vettori geometrici dello spazio. Si consideri il sottospazio W di $\mathcal{V}_3$ generato da $\vec{i} + \vec{k}$ e $\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$. Determinare una base del sottospazio $W^\perp$ di tutti i vettori ortogonali a W.

4. Assegnati i punti $A(3, -1, 5)$, $B(-1, 6, 3)$, determinare il piano α perpendicolare ad AB e passante per il punto medio del segmento AB.