

Cognome e Nome: \_\_\_\_\_.

Data: \_\_\_\_\_.

**ISTRUZIONI.** Riportare le soluzioni in bella copia negli spazi appositi sotto ciascun esercizio, usare eventualmente anche il retro del foglio. Non aggiungere altri fogli. La soluzione deve essere leggibile, corretta, completa e sintetica.

I risultati, insieme ad un calendario delle prove orali, appariranno nella pagina web del docente entro martedì prossimo. Gli orali cominceranno mercoledì 10.

1. Calcolare le radici cubiche dell'unità. (Scrivere le soluzioni nella forma  $a + ib$ ).

2. Scrivere, se possibile, il vettore nullo come combinazione lineare non banale di  $(1, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}), (-\frac{1}{2}, 1, -\frac{1}{2}), (-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 1)$

3. Dimostrare che qualunque sia la matrice  $A$ , anche non quadrata, la matrice  $A^T A$  è simmetrica.

4. Se  $T$  è un'applicazione lineare  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{P}_2$ , tale che  $T \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} = 5x^2 + 1$  e  $T \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = 2x - 1$  calcolare una matrice che rappresenta  $T$ . Dire se  $x$  appartiene o meno all'immagine di  $T$  (giustificando la risposta).

5. Classificare la conica di equazione  $kx^2 - (k-1)xy + 2y^2 - 2x - y - 1 = 0$  al variare di  $k$ .

6. Calcolare l'area del triangolo in figura, dove il cubo ha lato 4. Calcolare inoltre la distanza tra la retta  $GJ$  e il punto  $D$ . I punti  $I$  e  $J$  sono i centri delle rispettive facce del cubo. Suggestione: potrebbe essere utile scegliere un sistema di riferimento cartesiano in modo che i vertici del cubo abbiano le seguenti coordinate:

$A(0, 0, 0), B(4, 0, 0), C(0, 4, 0), D(0, 0, 4), E(4, 4, 0), F(4, 4, 4), G(0, 4, 4), H(4, 0, 4)$

