Esercizio 6.

Calcolare il coseno dell'angolo tra la retta $x + y - 1 = 0$ orientata nel verso delle x crescenti e gli assi coordinati.

Soluzione.

Il versore di r concorde con l'orientazione scelta è

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

mentre il versore dell'asse x è $\vec{i} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ e quello dell'asse y è $\vec{j} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Di conseguenza il coseno dell'angolo α con l'asse delle x è

$$\cos\alpha = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

e il coseno dell'angolo β con l'asse delle y è

$$\cos\alpha = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

Vediamo quindi, in accordo con la teoria, che i coseni di α e β sono proprio le componenti del versore della retta r. Gli angoli sono, rispettivamente, $\alpha = \frac{\pi}{4}$ e $\beta = \frac{3\pi}{4}$.

Osservazione: Il calcolo si può svolgere anche mediante la formula

$$\cos\theta = \frac{aa' + bb'}{\pm\sqrt{a^2 + b^2}\sqrt{a'^2 + b'^2}}$$

in cui però sussiste l'ambiguità del segno che si può rimuovere solo conoscendo l'orientazione delle rette. Nel nostro caso, ad esempio, si può capire che l'angolo α è acuto e allora ci aspettiamo un coseno positivo mentre l'angolo β è ottuso e quindi con coseno negativo, (v. figura).