Esercizio 8. In un sistema di riferimento $RC(Oxy)$, scrivere l'equazione del luogo di punti equidistanti da $A(1,2)$ e $B(3,-2)$.

Soluzione.

Soluzione algebrica. Cerchiamo la condizione che deve soddisfare un punto $P(x,y)$ affinché sia $d(A,P) = d(B,P)$. La distanza tra due punti A e P equivale alla lunghezza del vettore $\overrightarrow{AP}$ e dunque

$$d(A,P) = \sqrt{(x_P - x_A)^2 + (y_P - Y_A)^2}$$

La condizione da imporre quindi è

$$\sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2} = \sqrt{(x-3)^2 + (y+2)^2}$$

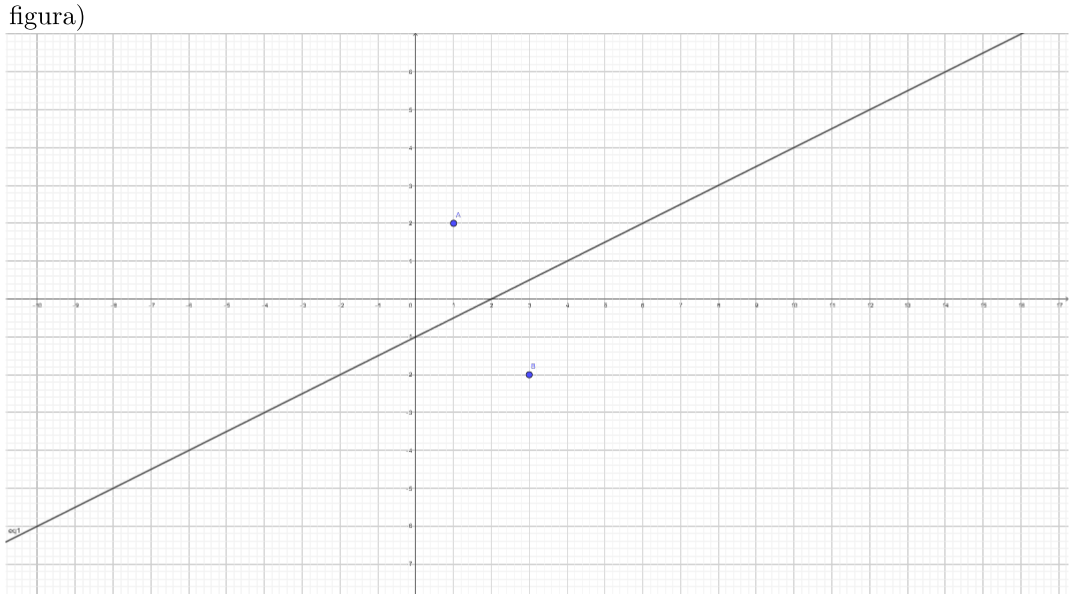
Elevando al quadrato e sviluppando i quadrati:

$$\cancel{x^2} - 2x + 1 + \cancel{y^2} - 4y + 4 = \cancel{x^2} - 6x + 9 + \cancel{y^2} + 4y + 4$$

rimane una espressione di primo grado in x, y e sappiamo gia che si tratta di una retta. Semplificando ulteriormente si trova

$$\boxed{x - 2y - 2 = 0}$$

(v. figura)



Soluzione geometrica

Dalla geometria elementare sappiamo che il luogo cercato si dice *asse del segmento* $\overline{AB}$ e coincide con la retta perpendicolare al segmento e passante per il suo punto medio. Dunque abbiamo:

Punto medio di $\overline{AB}$: $M(\frac{1+3}{2}, \frac{2+(-2)}{2} = (2,0)$

Vettore $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3-1 \\ -2-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$

Vettore perpendicolare $\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ o anche $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

Retta per $M(2,0)$ di parametri direttori $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$:

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y-0}{1}$$

da cui, semplificando,

$$\boxed{x - 2y - 2 = 0}$$

come prima.