

**Esercizio 9.** In un sistema di riferimento  $RC(Oxy)$ , assegnato il punto  $A(1, 2)$ , una retta  $d : x - 2y = 3$  e una costante  $e = \frac{1}{2}$ , descrivere il luogo dei punti  $P(x, y)$  del piano per cui il rapporto

$$\frac{\overline{AP}}{\overline{Pd}} = \frac{1}{2}$$

**Soluzione.**

Calcoliamo  $\overline{PF} = \sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2}$  e  $\overline{Pd} = \frac{|x-2y-3|}{\sqrt{5}}$ , dove abbiamo applicato la formula per la distanza punto-retta. La condizione da soddisfare è quindi

$$\frac{\overline{AP}}{\overline{Pd}} = \frac{\sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2}}{\frac{|x-2y-3|}{\sqrt{5}}} = \frac{1}{2}$$

ossia

$$\sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2} = \frac{|x-2y-3|}{2\sqrt{5}}$$

Elevando al quadrato:

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 = \frac{(x-2y-3)^2}{20}$$

ossia

$$20(x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4) = x^2 + 4y^2 + 9 - 4xy - 6x + 12y$$

Semplificando si ottiene

$$19x^2 + 16y^2 + 4xy - 34x - 92y + 91 = 0$$

ossia l'ellisse in figura (curva rossa)

